

GRUPO II

PRODUÇÃO TÉRMICA

SIMULAÇÃO PROBABILÍSTICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO,  
VISANDO DETERMINAR O EXCEDENTE COMERCIALIZÁVEL DE ENERGIA E CAPACIDADE

Afonso Henriques Moreira Santos  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá

José Antonio Perrella Balestieri  
Faculdade de Engenharia Civil de Itajubá/EFECI  
RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para se avaliar os excedentes de energia e capacidade de, em sistemas industriais de cogeração, visando subsidiar os contratos a serem firmados entre esses sistemas e as concessionárias de energia, além de ajudar no dimensionamento dos equipamentos de cogeração. Utiliza-se da série de Gram-Charlier para se aproximar as funções de distribuição de probabilidade, relativas aos consumos de calor e trabalho. Para o cálculo dos coeficientes dessas séries, tem-se que conhecer os cumulantes das correspondentes curvas de carga. Pode-se, entretanto, transpor, de outras instalações, esses cumulantes, o que permite uma boa avaliação das distribuições. Para se obter a distribuição de probabilidade do excedente (ou falta) de energia mecânica, tem-se que calcular a convolução das distribuições de probabilidade para o consumo de calor e trabalho. Esta distribuição corresponde a uma série de Gram-Charlier, cujos termos são calculados com base em cumulantes, que correspondem às somas dos cumulantes de mesma ordem, das distribuições de consumo. O modelo é de fácil emprego, e tem grande vantagem de poder ser utilizado em instalações novas ou já executadas. Trabalha-se com as distribuições de probabilidade e não com as curvas de carga, de difícil definição, nos sistemas em operação, e de grande dificuldade de previsão, nos sistemas em expansão.

1.0 - INTRODUÇÃO

1.1 - Operação dos Sistemas de Cogeração

Denomina-se sistemas de cogeração as configurações que geram potências mecânica e térmica simultaneamente. Entende-se por potência mecânica aquela disponível no eixo da turbina, podendo ser convertida em potência elétrica através de turbo-geradores, e por potência térmica aquela contida nos gases ou vapor, donde se

Luiz Augusto Horta Nogueira  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá

Jamil Haddad  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
extraí calor para o processo.

O arranjo para cogeração mais difundido é o que emprega turbina a vapor a contra-pressão, em que a sua pressão de exaustão é mantida nos níveis exigidos pelo processo. A figura 1 mostra esse arranjo. Deve-se atentar para o fato de que a demanda de potência térmica é atendida, prioritariamente, pelo vapor que passa pela turbina. Caso este não seja suficiente, passa a circular vapor pela válvula de "by-pass", com uma perda associada de disponibilidade.

Por outro lado, nos casos em que a demanda de potência mecânica é alta, relativamente à potência térmica, ocorrerá um excesso na oferta de vapor, que será, então, expandido para a atmosfera (vapor de escape).

É evidente que qualquer desequilíbrio entre as potências mecânica e térmica implica em perdas de disponibilidade ("by-pass") ou de energia (escape). Ao se dimensionar um sistema de cogeração deve-se procurar minimizar estas perdas. Isto é possível nos casos onde existe interligação com as concessionárias de energia elétrica

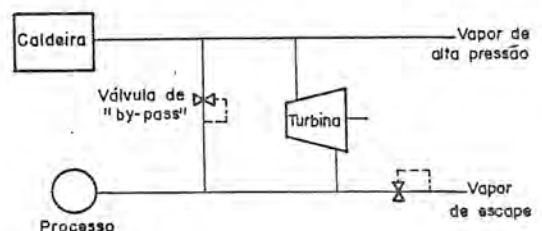


Figura 1 - Esquema típico de cogeração

ca. Dessa forma, quando o processo demandar, relativamente, mais potência mecânica que térmica, deve-se adquirir energia elétrica da concessionária, para se evitar a perda de vapor pela válvula de escape. Por outro lado, quando a demanda de potência térmica for elevada, se comparada com a potência mecânica, pode-se aumentar a geração de potência mecânica, vendendo o excedente, em forma de potência elétrica, à concessionária.

Vê-se que o problema para se avaliar os excedentes ou "déficits" de energia elétrica é básico, não só no dimensionamento dos equipamentos de cogeração, mas, também, na análise de sua oportunidade econômica e na elaboração do contrato com a concessionária, segundo autorização a portaria do DNAEE nº 246, de 23 de dezembro de 1988 [1].

### 1.2 - A proposta do trabalho

Este trabalho apresenta uma metodologia, que permite obter a curva de duração do excedente (ou "déficit") de energia térmica, com base nas curvas de duração das demandas de potência térmica e mecânica do processo. Utiliza-se o método da convolução, apresentado por Nogueira & Santos [2], só que fazendo-se uso da Série de Gram-Charlier [3,4,5]. Esta série é uma aproximação das curvas de duração, e se baseia nos cumulantes das distribuições de probabilidade. No caso da convolução, os cumulantes, de diferentes ordens, associados à distribuição de probabilidade resultante, têm a importante propriedade de serem iguais à soma dos cumulantes de mesma ordem das distribuições que foram convoluídas.

Assim, conhecendo-se os cumulantes das distribuições de probabilidade associadas às potências térmica e mecânica, pode-se, através de algumas manipulações algébricas, calcular, facilmente, a curva de duração do excedente.

É importante ressaltar que a caracterização das demandas de potência térmica e mecânica de diferentes processos pode ser feita através de seus momentos, obtendo-se, daí, os momentos centrais e os cumulantes. Assim, é possível estudar um grupo de plantas, de um mesmo processo, e associar ao processo os momentos ou cumulantes que caracterizam suas demandas, e, depois, extrapolar estes resultados para outras plantas, de mesmo processo, com níveis de produção diferentes, mas com o mesmo perfil tecnológico.

## 2.0 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO

### 2.1 - Estimativa das curvas de duração

A importância de se avaliar a curva de duração do excedente de vapor, em sistemas de cogeração, já foi descrita na introdução deste trabalho. Entretanto, a dificuldade em se obter tal curva é bastante grande, ou exige profundas simplificações. A figura 2 mostra o registro horário dos consumos de vapor para processo e

para geração de energia elétrica em uma usina de açúcar [6].

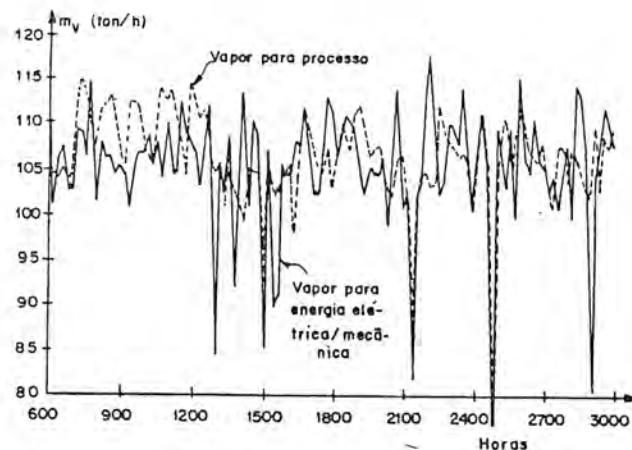


Figura 2 - Consumo horário do vapor

De posse dessas curvas, pode-se avaliar o excedente de vapor, hora-a-hora e, daí, obter-se sua curva de duração. Evidentemente, em plantas já em operação é factível conseguir as curvas de consumo, à nível de planejamento de novas instalações, ou em ampliações de antigas, tal procedimento não é viável. Tem-se, então, que estimar o comportamento horário das demandas. Hu [7] apresenta um estudo onde se assumiu determinadas curvas de carga muito simplificadas, o que, para a maioria dos processos, não condiz com a realidade, conforme ilustra a figura 2.

Sem dúvida, é bem mais simples estimar as curvas de duração das demandas do que as curvas de carga horárias. A avaliação dessas curvas pode ser feita por uma aproximação linear, utilizando-se dos Fatores de Carga Típicos e do consumo total previsto. Já uma maneira mais elaborada, que, por outro lado, necessita de mais informações é uma aproximação por patamares. A aproximação que será utilizada neste artigo, porém, é a polinomial, que busca caracterizar, de melhor maneira, a curva de duração. A figura 3 apresenta uma ilustração do exposto.

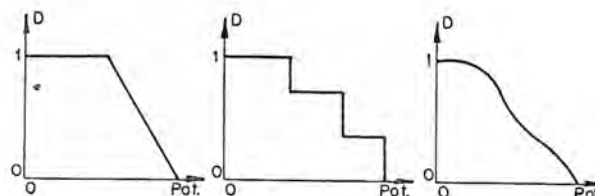


Figura 3 - Aproximações para curvas de duração

### 2.2 - Avaliação do excedente

As curvas de duração das demandas não guardam as mesmas informações das curvas horárias; perde-se a informação da diversidade entre estas.

Para se compensar esta perda, considera-se que as variáveis aleatórias "potência mecânica" e "potência térmica" são independentes, podendo ocorrer todas as combinações entre elas. A esta operação denomina-se convolução.

Por facilidade de equacionamento, não se trabalhará com as curvas de duração das potências, mas, sim, com as curvas de consumo de vapor correspondentes. Sabe-se que a demanda de vapor para geração de potência mecânica ( $q_m$ ) está associada a esta potência através do rendimento e da queda entálpica na turbina, que, para sistemas multi-válvulas, podem ser consideradas constantes. Por outro lado, a demanda de vapor para produção de potência térmica ( $q_c$ ) está relacionada com esta através da entalpia de condensação do vapor, que é constante. Tem-se, assim, as curvas de duração de  $q_m$  e  $q_c$  diretamente das curvas de duração das potências mecânica e térmica, respectivamente.

Para o esquema da figura 1, pode-se afirmar que o vapor excedente ( $q_{ex}$ ) é função das variáveis aleatórias  $q_c$  e  $q_m$ , conforme segue:

$$q_{ex} = q_c - q_m \quad (2.1)$$

Pode-se transformar esta diferença em uma soma de variáveis aleatórias, utilizando-se de uma mudança algébrica. Assim, observando a figura 4, pode-se afirmar que:

$$q_m = \bar{q}_m - q_{mc} \quad (2.2)$$

onde,  $\bar{q}_m$  é o maior valor observado para  $q_m$  e  $q_{mc}$  é o complemento de  $q_m$ . Vê-se que  $\bar{q}_m$  não é variável, mas  $q_{mc}$  é uma variável aleatória.

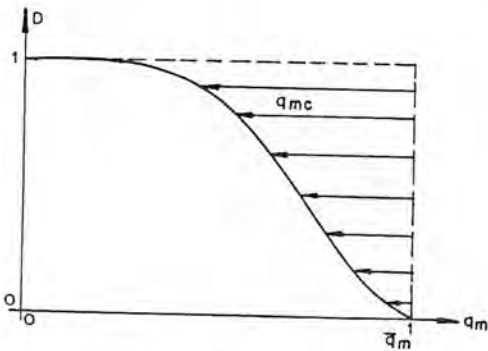


Figura 4.

$$D_3(q_c + q_{mc}) = 1 + \int_{-\infty}^{q_c + q_{mc}} \int_{-\infty}^p \frac{d D_1(q)}{dq} \frac{d D_2(q_c + q_{mc} - q)}{dq} dq dp \quad (2.7)$$

A curva de duração do excedente ( $D_4(q_{ex})$ ) será, portanto:

$$D_4(q_{ex}) = 1 + \int_{-\infty}^{q_{ex} + \bar{q}_m} \int_{-\infty}^p \frac{d D_1(q)}{dq} \frac{d D_2(q_{ex} + \bar{q}_m - q)}{dq} dq dp \quad (2.8)$$

Por fim, resulta:

$$q_{ex} = q_c + q_{mc} - \bar{q}_m \quad (2.3)$$

Obtendo-se a curva de duração da soma das variáveis aleatórias  $q_c$  e  $q_{mc}$ , chega-se facilmente à curva de duração de  $q_{ex}$ , subtraindo-se o valor constante de  $\bar{q}_m$ , conforme ilustra a figura 5.

A função que define a curva de duração ( $D(q)$ ) de uma variável aleatória qualquer  $q$  está associada à correspondente função de probabilidade acumulada ( $F(q)$ ), da seguinte maneira:

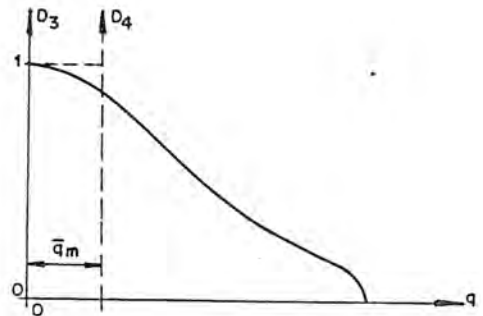


Figura 5.

$$F(q) = 1 - D(q) \quad (2.4)$$

Ou, relacionando-se com a densidade de probabilidade ( $f(q)$ ), tem-se:

$$f(q) = \frac{dF(q)}{dq} = - \frac{dD(q)}{dq} \quad (2.5)$$

A função densidade de probabilidade resultante da soma das variáveis aleatórias  $q_c$  e  $q_{mc}$ , é obtida através da integral de convolução dada em (2.6), onde o índice 1 se refere às curvas de potência térmica e 2 às curvas do complemento da potência mecânica.

$$f(q_c + q_{mc}) = \int_{-\infty}^{q_c + q_{mc}} f(q) f(q_c + q_{mc} - q) dq \quad (2.6)$$

Ou, em função das curvas de duração:

$p$  e  $q$  nas equações (2.6), (2.7) e (2.8) são variáveis auxiliares de integração. Para se resolver esta integral pode-se fazer uso dos métodos numéricos correntes. Por outro lado, é possível contornar este problema empregando-se a Série de Gram-Charlier e as propriedades dos cumulantes.

### 3.0 - O MÉTODO DOS CUMULANTES

#### 3.1 - A Série de Gram-Charlier

A expansão em Série de Gram-Charlier é aqui utilizada para representar a curva de duração no chamado Método dos Cumulantes, apresentado em [3,4,5]. Este método oferece uma grande flexibilidade para simulações probabilísticas.

A Série de Gram-Charlier, truncada nos termos de 2ª ordem, é apresentada a seguir:

$$f(Z) = N(Z) - \frac{G_1}{6} N^{(3)}(Z) + \left| \frac{G_2}{24} N^{(4)}(Z) + \frac{G_2^2}{72} N^{(6)}(Z) \right| - \dots \quad (3.1)$$

onde:  $Z$  é a variável normalizada com média zero ( $\mu=0$ ) e desvio padrão 1 ( $\sigma=1$ );  
 $N(Z)$  é a distribuição normal de frequências;  
 $G_1, G_2$  são constantes;  
 $N^{(j)}(Z)$  é a  $j$ -ésima derivada da distribuição normal de frequências.

As expressões seguintes definem matematicamente estas funções:

$$Z = (X - \mu) / \sigma \quad (3.2)$$

$$N(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2) \quad (3.3)$$

$$N^{(1)}(Z) = -Z N(Z) \quad (3.4)$$

$$N^{(2)}(Z) = -(Z^2 - 1) N(Z) \quad (3.5)$$

$$N^{(3)}(Z) = (-Z^3 + 3Z) N(Z) \quad (3.6)$$

$$N^{(4)}(Z) = (Z^4 - 6Z^2 + 3) N(Z) \quad (3.7)$$

$$N^{(5)}(Z) = (-Z^5 + 10Z^3 - 15Z) N(Z) \quad (3.8)$$

$$N^{(6)}(Z) = (Z^6 - 15Z^4 + 45Z^2 - 15) N(Z) \quad (3.9)$$

A série pode ser facilmente expandida para incluir mais termos; a aproximação da função será tanto melhor quanto maior for a ordem dos cumulantes envolvidos.

Integrando-se a expressão (3.1), obtém-se a função de probabilidade acumulada  $F(Z)$ :

$$F(Z) = \int_{-\infty}^Z f(Z) dZ \quad (3.10)$$

$$\text{ou, } D(Z) = 1 - F(Z) = \int_Z^{\infty} N(x) dx + \frac{G_1}{6} N^{(2)}(Z) - \left| \frac{G_2}{24} N^{(3)}(Z) + \frac{G_2^2}{72} N^{(5)}(Z) \right| + \dots \quad (3.11)$$

$D(Z)$  é a curva de duração de carga em função de  $Z$ , e para se transformar a variável (não normalizada), no caso a potência, utiliza-se a equação (3.2). Vale lembrar que  $\mu$  e  $\sigma$  se referem à média e desvio padrão da função resultante da convolução.

Para obtenção dos cumulantes, primeiro é necessário calcular os momentos:

$$M_{i,k} = \sum_{j=1}^m P_{j,k} (C_{j,k})^i \quad (3.12)$$

onde:  $M_{i,k}$  é o momento de ordem  $i$  da distribuição  $k$ ;  
 $P_{j,k}$  é a probabilidade de ocorrência de  $C_{j,k}$ ;  
 $C_{j,k}$  é a capacidade relativa a uma discretização  $j$  e à distribuição  $k$  (no caso, vazão de vapor);  
 $m$  é o número de discretizações realizadas na distribuição de frequência.

De posse destes momentos, obtém-se os momentos centrais de acordo com as fórmulas de recorrência, que seguem:

$$MC_{2,k} = M_{2,k} - M_{1,k}^2 \quad (3.13)$$

$$MC_{3,k} = M_{3,k} - 3M_{2,k} M_{1,k} + 2M_{1,k}^3 \quad (3.15)$$

$$MC_{4,k} = M_{4,k} + 6M_{2,k} M_{1,k}^2 - 4M_{3,k} M_{1,k} - 3M_{1,k}^4 \quad (3.15)$$

$$MC_{5,k} = M_{5,k} - 5M_{4,k} M_{1,k} + 10M_{3,k} M_{1,k}^2 - 10M_{2,k} M_{1,k}^3 + 4M_{1,k}^5 \quad (3.16)$$

$$MC_{6,k} = M_{6,k} - 6M_{5,k} M_{1,k} + 15M_{4,k} M_{1,k}^2 - 20M_{3,k} M_{1,k}^3 + 15M_{2,k} M_{1,k}^4 - 5M_{1,k}^6 \quad (3.17)$$

Os cumulantes de ordem  $i$  relativos à distribuição  $k$  ( $k_{i,k}$ ) são obtidos a seguir:

$$k_{1,k} = M_{1,k} \quad (3.18)$$

$$k_{2,k} = MC_{2,k} \quad (3.19)$$

$$k_{3,k} = MN_{3,k} \quad (3.20)$$

$$k_{4,k} = MC_{4,k} - 3MC_{2,k}^2 \quad (3.21)$$

$$k_{5,k} = MC_{5,k} - 10MC_{2,k} MC_{3,k} \quad (3.22)$$

$$k_{6,k} = MC_{6,k} - 15MC_{2,k}^2 - 10MC_{3,k}^2 + 30MC_{2,k}^3 \quad (3.23)$$

O cumulante de ordem  $i$  da função resultante da convolução é dada por:

$$kE_i = \sum_{k=1}^{n+1} k_{i,k} \quad (3.24)$$

onde  $n$  é o número de distribuições convoluídas. A partir desses resultados, pode-se obter os parâmetros:

$$\mu = kE_1 \quad (3.25)$$

$$\sigma^2 = kE_2 \quad (3.26)$$

$$G_i = \frac{1}{\sigma^{i+2}} kE_{(i+2)}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.27)$$

No caso deste artigo, tem-se apenas duas distribuições: a do consumo de vapor para processo e aquela referente ao consumo de vapor para produção de potência mecânica, ou seu complemento, como será aqui usado.

É importante ressaltar que a equação (3.12) pode ser aplicada às curvas de duração, através de suas discretizações, ou aos registros horários, sendo que estes últimos são preferíveis, pois evitam as aproximações usuais do primeiro caso.

Após o cálculo dos momentos, calcula-se os momentos centrais e os cumulantes correspondentes. Daí, realiza-se a soma dos cumulantes de mesma ordem e calcula-se os parâmetros da Série de Gram-Charlier, conforme descrito neste item.

Aplicando-se a equação (3.11) tem-se a curva de duração, em função da variável normalizada. Tem-se, entretanto, que fazer uma mudança de variável, colocando Z em função do  $q_{ex}$ , como segue:

$$Z = \frac{q_c + q_{mc} - \mu}{\sigma} = \frac{q_{ex} + q_m - \mu}{\sigma} \quad (3.28)$$

onde,  $\mu$  e  $\sigma$  são obtidos de (3.25) e (3.26), respectivamente.

#### 4.0 - APLICAÇÃO

Com as curvas de carga apresentadas na figura 6, calculou-se os cumulantes, que são dados no Quadro 1. A soma deste resulta nos cumulantes da distribuição de " $q_{ex} + \bar{q}_m$ ", que também consta deste Quadro.

Ordem	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
$q_c$	106,43487840	18,88687251	-54,91301021	253,74573552	11116,24398158	-1333794,19889478
$q_{mc}$	37,21742480	77,64721646	254,56220443	15778,91541888	16691,66855049	-6227569,33552168
$q_{ex} + q_m$	143,78273810	96,67774764	172,63809152	15835,37475023	26507,34783993	-7433466,60853932

Quadro 1 - Cumulantes das distribuições

A figura 6 mostra as curvas de duração dos consumos de vapor e do excedente, aproximadas pela Série de Gram-Charlier.

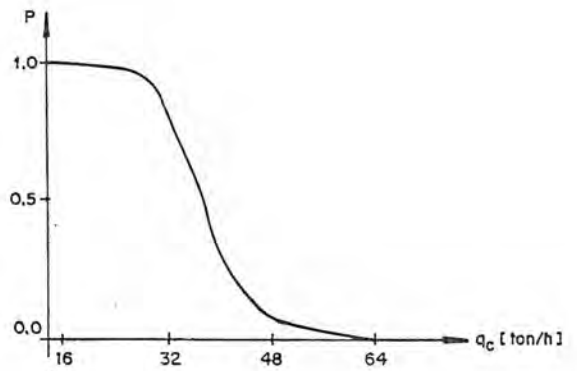


Fig. 6a - Curva de duração - vapor de processo.

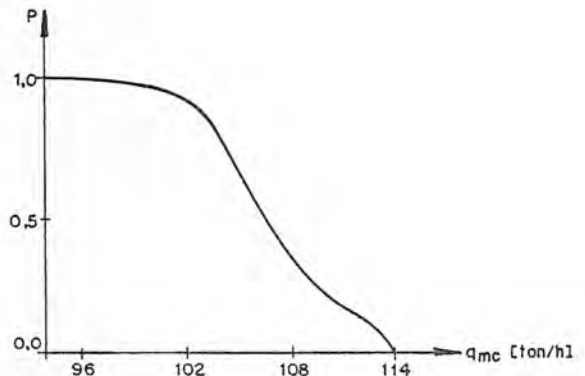


Fig. 6b - Curva de duração - vapor de geração.

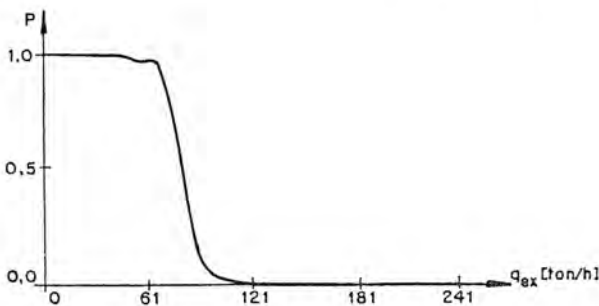


Fig. 6c - Curva de duração - excedente de vapor.

#### 5.0 - CONCLUSÃO

As vantagens do método descrito concentram-se na facilidade de convoluir as curvas de duração, bem como a possível caracterização dos processos, em diferentes níveis tecnológicos, através de seus cumulantes ou momentos centrais.

Além destas, destaca-se o fato de se ter a curva de duração do excedente dada em forma de uma série, cujos cumulantes são conhecidos. Isto facilita o estudo da disponibilidade energética.

$$\mu = kE_1 \quad (3.25)$$

$$\sigma^2 = kE_2 \quad (3.26)$$

$$G_i = \frac{1}{\sigma^{i+2}} kE_{(i+2)}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.27)$$

No caso deste artigo, tem-se apenas duas distribuições: a do consumo de vapor para processo e aquela referente ao consumo de vapor para produção de potência mecânica, ou seu complemento, como será aqui usado.

É importante ressaltar que a equação (3.12) pode ser aplicada às curvas de duração, através de suas discretizações, ou aos registros horários, sendo que estes últimos são preferíveis, pois evitam as aproximações usuais do primeiro caso.

Após o cálculo dos momentos, calcula-se os momentos centrais e os cumulantes correspondentes. Daí, realiza-se a soma dos cumulantes de mesma ordem e calcula-se os parâmetros da Série de Gram-Charlier, conforme descrito neste item.

Aplicando-se a equação (3.11) tem-se a curva de duração, em função da variável normalizada. Tem-se, entretanto, que fazer uma mudança de variável, colocando Z em função do  $q_{ex}$ , como segue:

$$Z = \frac{q_c + q_{mc} - \mu}{\sigma} = \frac{q_{ex} + q_m - \mu}{\sigma} \quad (3.28)$$

onde,  $\mu$  e  $\sigma$  são obtidos de (3.25) e (3.26), respectivamente.

#### 4.0 - APLICAÇÃO

Com as curvas de carga apresentadas na figura 6, calculou-se os cumulantes, que são dados no Quadro 1. A soma deste resulta nos cumulantes da distribuição de " $q_{ex} + \bar{q}_m$ ", que também consta deste Quadro.

Ordem	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
$q_c$	106,43487840	18,88687251	-54,91301021	253,74573552	11116,24398158	-1333794,19889478
$q_{mc}$	37,21742480	77,64721646	254,56220443	15778,91541888	16691,66855049	-6227569,33552168
$q_{ex} + q_m$	143,78273810	96,67774764	172,63809152	15835,37475023	26507,34783993	-7433466,60853932

Quadro 1 - Cumulantes das distribuições

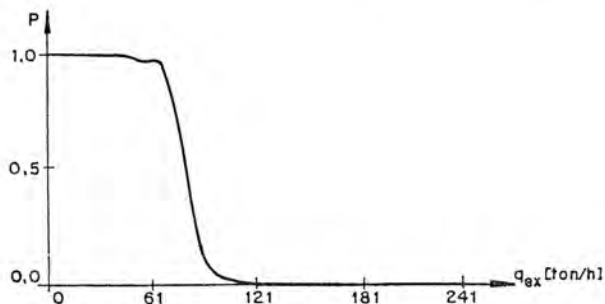


Fig. 6c - Curva de duração - excedente de vapor.

A figura 6 mostra as curvas de duração dos consumos de vapor e do excedente, aproximadas pela Série de Gram-Charlier.

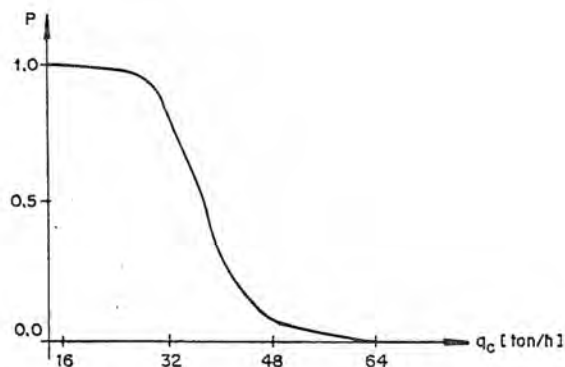


Fig. 6a - Curva de duração - vapor de processo.

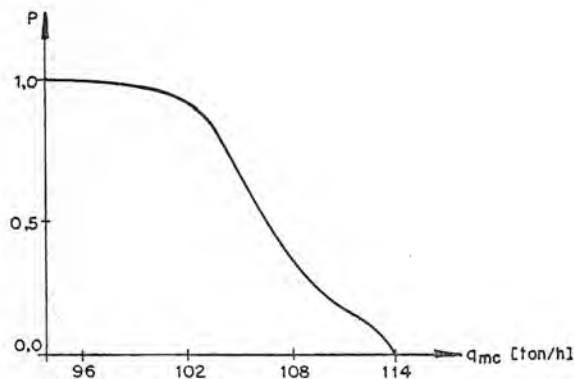


Fig. 6b - Curva de duração - vapor de geração.

#### 5.0 - CONCLUSÃO

As vantagens do método descrito concentram-se na facilidade de convoluir as curvas de duração, bem como a possível caracterização dos processos, em diferentes níveis tecnológicos, através de seus cumulantes ou momentos centrais.

Além destas, destaca-se o fato de se ter a curva de duração do excedente dada em forma de uma série, cujos cumulantes são conhecidos. Isto facilita o estudo da disponibilidade energética.

tica e capacidade firme, quando se combina as características da planta cogeneradora, da carga e da capacidade de suprimento da concessionária.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica), Portaria nº 246, de 23/12/88, publicada no Diário Oficial da União, de 19/12/88, pág. 25497.
- [2] NOGUEIRA, L.A.H. & SANTOS, A.H.M.. Aplicação do Método da Convolução na Estimativa do Comportamento Energético de Sistemas de Cogeração. in Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas. Águas de Lindóia, 6 a 8/12/88, pp.281-284.
- [3] STREMEL, J.P.. Production Costing for Long-Range Generation Expansion Planning Studies. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. v.PAS-101, nº 3. March 1982, pp.526-536.
- [4] RAU, N.S. et alli. Expected Energy Production Costs by the Method of Moments. IEEE. v.PAS-99, nº 5, September 1980.
- [5] HAMOUD, G. & NEUDORF, E.. Use of the Cumulant Method in Computing the Frequency and Duration Indices of Single and Two Interconnected Systems. IEEE, v.PAS-102, nº 8, August 1983.
- [6] Instituto de Pesquisas Tecnológicas - Manual de Conservação de Energia em Usinas de Açúcar e Alcool. Cap. 7. Versão preliminar. IPT. São Paulo 1987.
- [7] HU, D.S.. Cogeneration. Reston Publishing. Reston 1986.