

IIº Congresso Brasileiro de  
Planejamento Energético  
Campinas, 22/94

## **APROXIMAÇÃO LINEARIZADA DO FLUXO DE POTÊNCIA PROBABILÍSTICO EMPREGANDO A DISTRIBUIÇÃO TRIANGULAR**

**Edson da Costa Bortoni**

PEA/FEE/EPUSP<sup>1</sup>

05508-900 São Paulo-SP tel: (011) 818-5318 fax: (011) 815-4272

**Sergio Valdir Bajay**

NIPE/UNICAMP

13083-970 Campinas-SP tel: (0192) 39-7596 fax: (0192) 39-4717

**Afonso H. M. Santos**

**Jamil Haddad**

EFEI

37500-000 Itajubá-MG tel: (035) 629-1000 fax: (035) 622-1477

### **RESUMO**

O fluxo de potência é uma ferramenta computacional extensivamente utilizada para o planejamento e operação de sistemas elétricos de potência. O fluxo de potência probabilístico, por sua vez, tem uma aplicação especial na fase de planejamento, sobretudo porquê não se tem ainda o comportamento típico da demanda. Este trabalho apresenta uma modelagem probabilística para o fluxo de potência linearizado. Neste caso, de uma forma simplificadora, as potências nas barras serão consideradas variáveis aleatórias seguindo uma distribuição triangular. A aplicação desta metodologia a sistemas teste do IEEE mostrou boa conformidade com os resultados obtidos através de modelos já consagrados.

### **INTRODUÇÃO**

As ferramentas para o cálculo do fluxo de potência em redes de energia elétrica são amplamente utilizadas pelos engenheiros de sistemas em todas as suas fases de trabalho, isto é, desde o planejamento a longo, médio e curto prazos, até a operação e planejamento da operação. Sendo assim, muitas das técnicas para a solução deste problema foram sendo desenvolvidas ao longo dos anos, principalmente buscando maior precisão e rapidez dos cálculos envolvidos, bem como tornar mais

realista a representação dos sistemas (Ward e Hale, 1956; Tinney & Hart, 1967; Stott & Alsac, 1974).

Neste contexto, o cálculo do fluxo de potência linearizado - fluxo DC - é largamente difundido devido à sua extrema rapidez e razoável precisão dos resultados quando aplicados aos sistemas em geral (Parker et alii, 1980). Devido às suas características lineares, este método é também muito utilizado em técnicas de otimização do planejamento e da operação dos sistemas elétricos.

Contudo, os métodos usuais são predominantemente determinísticos, já que durante cada solução do fluxo de potência, os parâmetros de entrada - carga, geração e topologia da rede - são mantidos constantes, levando a resultados que são, no máximo, tão exatos quanto forem os dados de entrada.

As incertezas relacionadas a estes valores podem decorrer em função de varios fatores e, a sua consideração, utilizando técnicas convencionais, implicaria em um elevado volume de cálculos e a uma grande dificuldade para a análise dos resultados obtidos. Basta observar que para uma rede com N nós e K diferentes valores de potência para cada nó, seriam necessários  $K^N$  cálculos de fluxo de potência convencional, ou seja, se  $N=10$  e  $K=2$ , seriam necessários mais de mil cálculos, o que torna o exercício proibitivo.

Com a aplicação de técnicas probabilísticas capazes de quantificar de forma sistemática as incertezas nos parâmetros de entrada, torna-se possível proceder a

análises quantitativas dentro de uma única solução do fluxo de potência. Nesta análise, tanto as grandezas de entrada como as de saída envolvidas na solução do fluxo de carga, são descritas como variáveis aleatórias, usualmente caracterizadas pela esperança matemática, pela variância e pela função densidade de probabilidade correspondentes. Desta forma, a probabilidade de uma variável aleatória, representativa de alguma grandeza do sistema, violar certos limites é de especial importância, pois representa um ganho de informações em relação àquelas obtidas por métodos puramente determinísticos.

Assim, os modelos probabilísticos existentes consideram os dados nodais como variáveis aleatórias e obtêm, por convolução ou séries de Grahn-Chalier (Haddad, 1988), as funções densidade de probabilidade dos elementos dos vetores aleatórios do estado e de saída do sistema. Várias têm sido as metodologias desenvolvidas para a obtenção da solução abordando este tipo de modelagem (Borkowska, 1974; Allan et alii, 1976).

### APROXIMAÇÃO LINEARIZADA

Dentro do quadro apresentado, este trabalho propõe a formulação de um fluxo DC probabilístico (Bortoni, 1993). Neste caso, as cargas são consideradas variáveis aleatórias seguindo uma distribuição triangular, simplificando o problema.

A distribuição triangular é uma distribuição particular onde a sua definição é feita através do conhecimento de apenas três valores, quais sejam, um valor mais pessimista, VMP, um valor mais otimista, VMO, e um valor mais esperado, VE. Considerando um intervalo de confiança de 80%, pode-se obter a sua média,  $\mu$ , e o desvio padrão associado,  $\sigma$ , a partir das seguintes equações:

$$\mu = \frac{VMP + 2 \cdot VE + VMO}{4} \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{VMO - VMP}{2,65} \quad (2)$$

Sendo assim, os valores das potências nas barras passam a ser caracterizados por um vetor de valores médios,  $\mu$ , e por uma matriz de dispersão,  $\Sigma$ .

$$E(\tilde{P}) = \tilde{\mu} \quad (3)$$

$$V(\tilde{P}) = \Sigma \quad (4)$$

Como as potências nas barras são consideradas variáveis aleatórias independentes, ou seja, apresentam covariância nula entre si, a matriz de dispersão será diagonal, contendo somente os valores das variâncias das potências, da seguinte forma:

$$\Sigma = \sigma^2 \cdot I = \begin{bmatrix} \sigma^2_{P1} & & 0 \\ & \sigma^2_{P2} & \\ 0 & & \sigma^2_{PN} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Introduzindo estes valores nas equações do fluxo DC, tem-se:

$$E(\tilde{\theta}) = \tilde{B}^{-1} \cdot E(\tilde{P}) \quad (6)$$

$$V(\tilde{\theta}) = (\tilde{B}^{-1})' \cdot \Sigma \cdot \tilde{B}^{-1} \quad (7)$$

onde

- $E(P)$  = valores médios das potências em cada barra;
- $V(P)$  = variâncias das potências em cada barra;
- $E(\theta)$  = valores médios dos ângulos de carga em cada barra;
- $V(\theta)$  = variâncias dos ângulos de carga em cada barra.

O teorema central do limite mostra que a soma de  $n$  quaisquer distribuições, com  $n$  tendendo para infinito, resulta em uma distribuição normal (Rao, 1965).

Este teorema pode ser aplicado ao caso presente, considerando-se que o produto da matriz representativa do sistema pela matriz de dispersão das potências nas barras - resultando em um somatório de tantas distribuições quanto forem o número de barras do sistema - é suficiente para a obtenção de uma distribuição normal para os ângulos das barras. Assim sendo, a média dos fluxos de potência nas linhas pode ser dada por:

$$E(P_{ij}) = \frac{E(\theta_i) - E(\theta_j)}{x_{ij}} \quad (8)$$

No cálculo dos desvios padrões dos fluxos nas linhas, é importante observar que os valores médios dos ângulos irão apresentar variância e co-variância entre si, isto pode ser observado através da equação (7) que resulta numa matriz de dispersão cheia, e não mais diagonal.

como nas potências das barras. Sendo assim, estes valores devem ser devidamente considerados durante os cálculos, da seguinte forma:

$$V(P_{ij}) = \frac{V(\theta_i) - V(\theta_j) - 2 \cdot COV(\theta_{ij}) \cdot COV(\theta_{ji})}{x_{ij}^2} \quad (9)$$

### EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para exemplificar e validar a metodologia proposta, foram utilizados os dados dos sistemas teste do IEEE de 6, 14 e 30 barras, cujos dados podem ser obtidos em (Allan et alii, 1976).

As tabelas 1 e 2 mostram os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta (1), sobre o sistema teste do IEEE de 14 barras, comparando-os com os resultados obtidos através de outras metodologias, (2) - Allan, 1976 e (3) - Haddad, 1988.

### CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta sobre os sistemas teste do IEEE foram bastante satisfatórios quando comparados com os resultados obtidos através de metodologias mais completas e complexas, desenvolvidas por outros autores. O esforço computacional necessário para a aplicação do método é tão pequeno quanto ao do fluxo de potência linearizado tradicional, porém os resultados obtidos são muito mais representativos através da obtenção das distribuições de probabilidade dos ângulos das barras, dos fluxos e gerações de potências ativas, abrindo novas perspectivas para a sua aplicação no planejamento de sistemas e em técnicas de otimização.

### REFERÊNCIAS

Ward, J.B.; Hale. **Digital Computer Solution of Power Flow Problems**; Trans. AIEE; Vol 136; Pt C; Num 1; 1956.

Tinney, W.F.; Hart, C.E.; **Power Flow Solution by Newton's Method**; IEEE Trans. on PAS; Vol 86; 1967.

Stott, B.; Alsac, O.; **Fast Decoupled Power Flow**; IEEE Trans. on PAS, Vol 93; Num 3; 1974.

Parker, B.J.; Tanabe, A.; Schilling, M.T.; **Precisão do modelo linearizado de fluxo de potência para simulação do sistema elétrico brasileiro**; Nota Técnica; GPD/ELETRORÁS; Rio de Janeiro; 1980.

Haddad, J.; **Fluxo de Potencia Probabilistico Utilizando o metodo dos Cumulantes**; Dissertacao de Mestrado; EFEI; 1988.

Borkowska, B.; **Probabilistic Load Flow**; IEEE Trans. on PAS; Vol 93; 1974.

Allan, R.N.; Al-Shakarchi; **Probabilistic a.c. Load Flow**; Proc. IEE; Vol 123; Num 6; 1976.

Bortoni, E.C.; **Planejamento de Sistemas Eletricos Regionais Considerando a Contribuicao da Geracao Descentralizada**; Dissertacao de Mestrado; UNICAMP; 1993.

Rao, C.R.; **Linear Statistical Inference and its Applications**; John Wiley & Sons, Inc; 1965.

Nota:

1 - Este trabalho foi desenvolvido enquanto o autor se encontrava junto ao Departamento de Energia da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, trabalhando na obtenção do título de Mestre em Planejamento de Sistemas Energéticos, suportado financeiramente pelo CNPq.

Tabela 1 Ângulo das tensões (graus)

Barra	Determ.	Média [graus]			Desvio Padrão [graus]		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	-4,98	-5,01	-5,01	-4,85	0,38	0,41	0,38
3	-12,73	-12,96	-12,95	-13,02	0,91	0,92	0,89
4	-10,31	-10,59	-10,58	-10,31	0,65	0,66	0,55
5	-8,76	-9,09	-9,09	-8,76	0,54	0,56	0,47
6	-14,22	-15,18	-14,85	-13,51	0,85	0,84	0,81
7	-13,36	-14,06	-13,91	-12,47	0,97	0,96	0,92
8	-13,36	-14,06	-13,91	-14,21	0,97	0,96	0,94
9	-14,93	-15,88	-15,69	-14,91	1,17	1,16	1,02
10	-15,09	-16,19	-15,97	-15,02	1,11	1,10	1,01
11	-14,79	-15,89	-15,62	-16,03	0,98	0,97	0,88
12	-15,07	-16,29	-15,97	-14,29	0,88	0,88	0,85
13	-15,15	-16,46	-16,14	-15,81	0,91	0,90	0,87
14	-16,03	-17,50	-17,19	-16,02	1,07	1,06	1,02

Tabela 2 Fluxos ativos (MW)

Linha	Determ.	Média [MW]			Desvio Padrão [MW]		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1-2	154.78	147.91	147.84	146.78	11.29	12.16	11.01
1-5	74.08	71.13	71.16	70.21	4.26	4.35	3.81
2-3	72.11	70.04	70.01	69.15	5.20	5.20	4.71
2-4	55.30	55.21	55.15	54.21	3.19	3.20	3.45
2-5	41.07	40.91	40.97	39.81	2.29	2.33	2.02
4-3	12.44	24.16	24.19	23.59	4.62	4.62	1.41
4-5	-61.34	-62.26	-61.75	-60.25	4.55	4.55	3.81
6-12	7.75	7.59	7.61	7.14	0.41	0.41	0.31
6-13	17.75	17.19	17.25	17.67	1.17	1.18	0.92
7-9	28.06	28.92	28.36	29.01	3.58	3.53	3.41
10-11	-3.80	-2.70	-3.23	-3.01	1.43	1.43	0.98

(1) - Bortoni, 1993

(2) - Allan et alii, 1976

(3) - Haddad, 1988